

TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO: APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS E ESTATÍSTICOS SOB A ÓTICA DE MARKOWITZ PARA A OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO

Autoria

Thomaz Iwao Mandai

Engenharia de Produção/Escola Superior de Engenharia e Gestão - ESEG

Adriano Gomes

Administração de Empresas/Escola Superior de Propaganda e Marketing - ESPM

Resumo

O mercado acionário mostra-se atraente para investidores que buscam por rentabilidades maiores que as obtidas em renda fixa. No entanto, as habilidades técnicas necessárias para operar tornam-se fatores preponderantes que inibem parte dos potenciais investidores. Portanto, o presente trabalho tem como objetivo divulgar e analisar mecanismos que se aplicam no mercado de capitais e que possibilitam aos acionistas melhores tomadas de decisões. Ao todo foram avaliadas, frente ao Ibovespa, a performance de 61 empresas que compõem o Índice durante o primeiro trimestre de 2016. A partir dessas empresas, montou-se uma carteira de investimento com base na Teoria de Markowitz. Ao elaborar o gráfico de dispersão dos portfólios, constatou-se a sua teoria de que a combinação de dois ou mais ativos arriscados pode gerar uma carteira com risco menor do que o risco de cada ação individual e que a carteira ótima é aquela que está na linha de fronteira eficiente, comprovando que a sua relação não é linear e que a diversificação é a melhor opção para minimizar o risco de investimento.

Área Temática: Finanças

TEORIA MODERNA DO PORTFÓLIO: APLICAÇÃO DE MODELOS
MATEMÁTICOS E ESTATÍSTICOS SOB A ÓTICA DE MARKOWITZ PARA A
OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTO

RESUMO: O mercado acionário mostra-se atraente para investidores que buscam por rentabilidades maiores que as obtidas em renda fixa. No entanto, as habilidades técnicas necessárias para operar tornam-se fatores preponderantes que inibem parte dos potenciais investidores. Portanto, o presente trabalho tem como objetivo divulgar e analisar mecanismos que se aplicam no mercado de capitais e que possibilitam aos acionistas melhores tomadas de decisões. Ao todo foram avaliadas, frente ao Ibovespa, a *performance* de 61 empresas que compõem o Índice durante o primeiro trimestre de 2016. A partir dessas empresas, montou-se uma carteira de investimento com base na Teoria de Markowitz. Ao elaborar o gráfico de dispersão dos *portfólios*, constatou-se a sua teoria de que a combinação de dois ou mais ativos arriscados pode gerar uma carteira com risco menor do que o risco de cada ação individual e que a carteira ótima é aquela que está na linha de fronteira eficiente, comprovando que a sua relação não é linear e que a diversificação é a melhor opção para minimizar o risco de investimento.

Palavras-chave: Teoria de Markowitz, Portfólios de Ativos, Fronteira Eficiente.

ABSTRACT: The stock market is attractive to investors who are looking for higher returns than those obtained in fixed income. However, the technical skills required to operate become preponderant factors that inhibit some potential investors. Therefore, the purpose of this paper is to disclose and analyze mechanisms that are applied in the capital markets and that allow shareholders to make better decisions. In all, the performance of 61 companies comprising the Index during the first quarter of 2016 was evaluated against the Ibovespa. From these companies, an investment portfolio was built based on the Markowitz Theory. In drawing up the dispersion chart of the portfolios, it was verified his theory that the combination of two or more risky assets can generate a portfolio with a lower risk than the risk of each individual stock and that the optimal portfolio is the one that is in the efficient border line, proving that their relationship is not linear and that diversification is the best option to minimize investment risk.

Keywords: Markowitz portfolio theory, Asset Portfolios, Efficient Frontier.

1 INTRODUÇÃO

O mercado acionário sempre se mostrou atraente para investidores que buscam por rentabilidades maiores que as obtidas em renda fixa. No entanto, diante das incertezas políticas e econômicas que o país vem atravessando durante o período de 2016, o mercado de renda variável vem se mostrando combalido, sucumbido pela infundável onda de notícias negativas, sendo o risco intrínseco aos investimentos em ações, à volatilidade, à quantidade de informações presentes e às habilidades técnicas necessárias para operar, fatores preponderantes que inibem parte dos potenciais investidores.

Presente na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), uma ação é um certificado de uma empresa. Ao comprar ações, o investidor torna-se coproprietário do negócio. Quando alguém gosta das perspectivas de um negócio, entra no mercado para comprar as suas ações, empurrando o preço para cima. Se, ao contrário, constatar que o negócio não é tão promissor quanto parecia, vende suas ações, empurrando o preço para baixo (ELDER, 2006).

No entanto, as ações de empresas lucrativas também podem navegar à deriva, para os lados, e até cair. O mercado reflete a soma total do que todos os participantes sabem, pensam ou sentem sobre uma companhia, e o declínio de seus preços significa que grandes detentores estão liquidando suas posições (CASAGRANDE NETO, CINTRA, MAGLIANO FILHO, 2002).

Diante das instabilidades atuais, os investidores do mercado acionário vivem um momento de decisão, ou se deixam sucumbir pela infundável onda de notícias negativas e presenciam os seus investimentos se deteriorarem, ou assumem uma postura ativa, reagem e se posicionam para virarem o jogo. Diante desse cenário, surge então a seguinte problemática: *como modelos matemáticos e estatísticos podem ser aplicados no mercado acionário para auxiliar os investidores a melhores tomadas de decisões?*

No intuito de responder a essa questão, o presente trabalho tem por objetivo divulgar e analisar os mecanismos que se aplicam no mercado acionário e que possibilitam aos investidores melhores tomadas de decisões,

de modo que possam se antecipar a eventuais perdas ou identificar oportunidades de investimentos.

Para o desenvolvimento do trabalho foram avaliadas, frente ao Índice Bovespa (Ibovespa), a *performance* de 61 empresas que compõem o Índice durante o primeiro trimestre de 2016, com a finalidade de comparar o retorno sobre o capital investido e o risco envolvido em cada operação.

A partir da análise dessas empresas, elaborou-se uma carteira de investimento sob a ótica da Teoria de Markowitz, com o objetivo de maximizar a relação *Risco x Retorno*.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Ações

São títulos de renda variável que representam frações do capital social da empresa que as emitiu. Por serem um ativo de renda variável, não oferecem ao investidor uma rentabilidade garantida, previamente conhecida. O retorno dependerá de fatores, tais como, o desempenho da companhia, comportamento da economia nacional e internacional etc (CAVALCANTE, MISUMI, RUDGE, 2005; PINHEIRO, 2008).

2.2 Índice Bovespa

O índice mais conhecido no Brasil é o Índice Bovespa (Ibovespa). Calculado ininterruptamente desde 4 de junho de 1968, é o mais importante indicador de desempenho do mercado acionário brasileiro, pois é o retrato do desempenho médio das cotações das principais ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (CAVALCANTE, MISUMI, RUDGE, 2005; MELLAGI FILHO, ISHIKAWA, 2003).

O Índice Bovespa é apurado mediante o somatório da quantidade teórica multiplicada pelo preço. É representado pela seguinte fórmula:

$$Ibovespa_T = \sum_{i=1}^n P_{i,T} \times Q_{i,T}$$

Onde:

- Ibovespa_T = Índice Bovespa no instante T ;
- n = número de ações que compõem a carteira teórica;
- P = último preço da ação i no instante t ;
- Q = quantidade teórica da ação i na carteira no instante T .

2.3 Retorno Esperado - $E(R)$

O Retorno Esperado é a rentabilidade que um investidor espera de um ativo no próximo período. Obviamente, por se tratar de uma expectativa, o retorno efetivo poderá ser maior ou menor do que o esperado (ROSS, WESTERFIELD, JAFFE, 2002; GITMAN, 2004).

Dessa forma, uma estimativa muito comum para o retorno esperado vem do cálculo da média aritmética dos retornos diários do período analisado. O retorno esperado é representado pela seguinte fórmula:

$$E(R) = \bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^{t=n} R_t}{n}$$

Onde:

- $E(R)$ = retorno esperado;
- R_t = retorno no período t ;
- n = período de estimativa.

2.4 Risco - σ

Risco é um conceito subjetivo e pode ser definido como "probabilidade de perda". Refere-se à chance de que algum evento desfavorável ocorra. O indicador mais comum do risco de um ativo é o desvio-padrão, σ , que mede a dispersão em torno do valor esperado (BRIGHAM, EHRHARDT, 2006; BRIGHAM, HOUSTON, 1999).

O cálculo do desvio-padrão é representado pela seguinte fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{t=n} (R_n - \bar{R})^2}{n - 1}}$$

Onde:

- σ = desvio-padrão do ativo;
- R_n = rentabilidade da ação no dia t ;
- \bar{R} = rentabilidade média ou retorno esperado do ativo;
- n = períodos analisados (dias, por exemplo).

2.4.1 Risco de uma carteira de investimento

Um portfólio é um conjunto de ações que possui risco de acordo com o peso e a correlação dos retornos dos papéis (CANALINI, 2012; LAURENCEL, REZENDE FILHO, 2013).

Considerando uma carteira com dois ativos tais que se quando um tiver retorno diário r , o outro tem retorno diário $-r$. se alocarmos 50% em cada um deles o retorno da carteira será 0% todos os dias e deste modo o portfólio terá volatilidade igual a 0%, mesmo que a volatilidade dos ativos seja muito alta. Esse efeito é explicado pela dependência imposta entre os ativos, o retorno de um é o oposto do retorno do outro. Porém quando a relação entre os retornos não é tão explícita, procura-se a relação linear entre eles. Para isso, utiliza-se as seguintes medidas: a co-variância e a correlação (LIMA, LIMA, PIMENTEL, 2010; ROSS, WESTERFIELD, JAFFE, 2002).

O cálculo do risco de uma carteira é representado pela seguinte fórmula:

$$\sigma_{\text{carteira}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 w_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma_{ij} w_i w_j}$$

Onde:

- w_i = percentagem do portfólio investido no investimento i ;
- σ_i^2 = a variância do investimento i ;
- σ_{ij} = a covariância entre i e j .

2.5 Fronteira de Markowitz

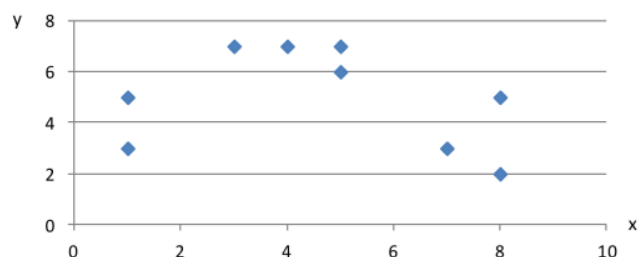
Um conceito chave na gestão de investimento é a relação *risco x retorno* dos ativos e de uma carteira de investimento.

Numa carteira a correlação entre os ativos é um fator de grande importância, pois determina o quanto os papéis se movimentam na mesma direção, em direções opostas ou sem qualquer relação entre eles. O peso que cada ativo possui no portfólio também determinará a relação entre o risco e o retorno da carteira (CANALINI, 2012; ROSS, WESTERFIELD, JAFFE, 2002).

Exemplificando: supondo que um investidor tenha o ativo A e o ativo B. O investidor poderá fazer infinitas combinações de peso de ambos os ativos em um portfólio e cada ponderação gerará um retorno e risco diferente.

Se a simulação com diversas combinações fosse colocada num gráfico, teríamos a representação abaixo:

Figura 1: Retorno e Risco



Fonte: Canalini (2012)

Observando o gráfico anterior, constata-se que existem espaços em que nenhuma carteira é encontrada. Esses espaços seriam pontos desejados para qualquer investidor, pois são os pontos em que o retorno é elevado e o risco é baixo. Tal circunstância, de alto retorno e baixo risco, é incomum, pois naturalmente retornos elevados requerem riscos elevados.

Harry Markowitz, Prêmio Nobel de Economia em 1990, foi capaz de elaborar um estudo que revolucionou o conceito da economia e impactou diretamente a administração de recursos. Markowitz gerou um número infinito de carteiras e conseguiu observar que há uma fronteira eficiente, local onde se

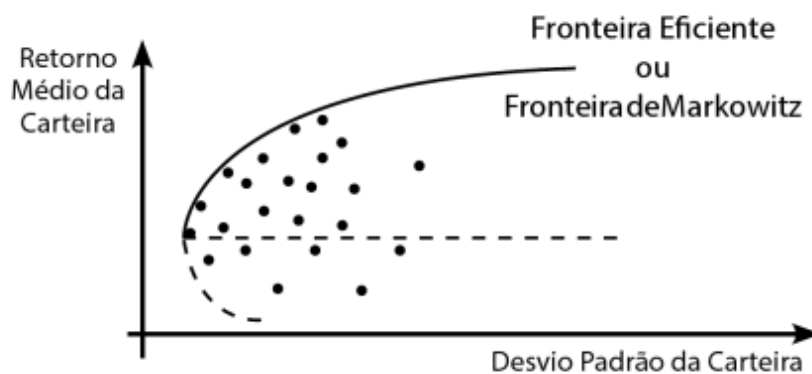
consegue o máximo de retorno para um mesmo patamar de risco ou também um risco mínimo para o patamar de retorno que um portfólio busca (LIMA, LIMA, PIMENTEL, 2010).

O trabalho de Markowitz determina que a carteira ótima é aquela que está na linha da fronteira eficiente, nenhuma carteira é capaz de estar acima da fronteira eficiente e as carteiras que estão abaixo são necessariamente ineficientes, pois apresentam relação *risco x retorno* pior que a carteira que está na fronteira.

Markowitz percebeu que para um mesmo nível de risco existiam diversas carteiras distintas. Daí existe a carteira com maior retorno para aquele dado nível de risco. Essa carteira é chamada de carteira eficiente, isto é, a carteira com maior retorno esperado para um dado nível de risco.

Observa-se, no gráfico, a fronteira eficiente determinada pelo estudo de Markowitz.

Figura 2 - Fronteira Eficiente

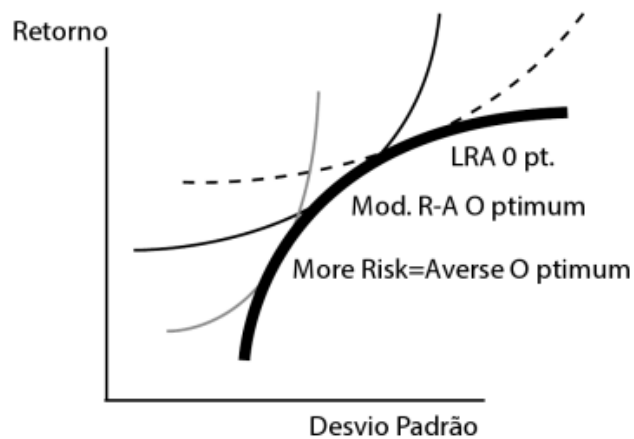


Fonte: Canalini (2012)

Um investidor tenderá a escolher uma carteira que seja o ponto de tangência entre a curva de utilidade (indiferença) com a fronteira eficiente de Markowitz.

O gráfico a seguir determina a tangência dessas curvas apontando para uma carteira escolhida pelo investidor de acordo com o seu perfil.

Figura 3 - Curva de Utilidade



Fonte: Canalini (2012)

A observação do gráfico acima com cada curva e as tangentes pode mostrar uma boa visão sobre a aversão ao risco. Quanto mais avesso ao risco um investidor é mais alto será o ponto de tangência entre as curvas e maior será o retorno que o investidor buscará. A curva de utilidade tracejada no gráfico é de um investidor mais agressivo. A curva de tangência está acima da tangência da curva cinza clara que representa um investidor conservador.

2.8 Value at Risk - VaR - ou Valor em Risco

O Valor em Risco de um ativo é um dos modelos desenvolvidos para gestão de risco de crédito e utilizado como instrumento de medição do grau de risco. Consiste numa estimativa de perda máxima que um ativo é capaz de apresentar durante um período de tempo, baseada no seu comportamento passado, ou seja, calculada em função de volatilidades e correlações anteriores. Portanto, pode ser entendido como a perda potencial dada uma variação inesperada nas condições de mercado em um determinado período (MELLAGI FILHO, ISHIKAWA, 2003; SECURATO, 2007).

O VaR é representado inicialmente por:

$$P(\Delta\Pi_T \leq \text{VaR}) = \alpha, \text{ onde } \Delta\Pi_T \text{ é a variação no valor do ativo no tempo } T$$

Entretanto, com a expressão anterior, ainda não é possível determinar o montante de risco. Portanto, modifica-se a expressão, chegando na seguinte fórmula do VaR:

$$VaR = \Pi_T \times E_\alpha \times \sigma_\Pi \times \sqrt{\Delta T}$$

Onde:

- Π_T : é o montante da carteira no instante T;
- E_α : é a estatística obtida em relação a α numa tabela de distribuição de probabilidades. As distribuições mais usuais são a normal e a *t-student*. Exemplo: em uma distribuição normal com $\alpha = 5\%$, $E_\alpha = z_{0,05} = \pm 1.645$;
- σ_Π : volatilidade da carteira correspondente à unidade de tempo;
- ΔT : período de análise;

3 Metodologia

O presente trabalho adotou a metodologia de pesquisa bibliográfica e uma abordagem quantitativa, com objetivo exploratório para avaliação das empresas que compõem o Ibovespa. Os dados financeiros referentes a cada ativo do período de 01/08/2016 a 31/07/2017 foram coletados em *sites* de bancos.

Segundo Lakatos (2005), a pesquisa bibliográfica abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, revistas, livros, teses, monografias etc., até meios de comunicação orais e audiovisuais.

Os estudos exploratórios têm por finalidade manipular uma variável independente, a fim de localizar variáveis dependentes que potencialmente estejam associadas a ela, estudando-se o fenômeno. Esses estudos têm como propósito demonstrar a viabilidade de determinada técnica ou programa como solução, potencial e viável, para determinados programas práticos (SILVA, MENEZES, 2001).

Para o alcance dos objetivos estabelecidos neste trabalho, buscou-se, na literatura da área, estudos que abordassem a Teoria de Markowitz, risco de ativos financeiros e *Value at Risk*.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A tabela 1 evidencia as 61 empresas que compõe o Ibovespa, os seus retornos esperados, riscos diários e *Value at Risk*.

Tabela 1: Retorno esperado diário, risco ao dia e *Value at Risk*

Setor	Empresas	E (R)	σ	VaR (5%)	Ranking
Energia elétrica	Equatorial ON	0,31%	1,49%	-2,14%	1
Indústrias em geral	Hypermarcas ON	0,44%	1,52%	-2,06%	2
Energia elétrica	Tractebel ON	0,16%	1,61%	-2,49%	3
Imóveis comerciais e shoppings	Multiplan ON	0,59%	1,67%	-2,16%	4
Varejo	Raia Drogasil ON	0,67%	1,78%	-2,26%	5
Serviços financeiros	Cetip ON	0,13%	1,78%	-2,80%	6
Indústrias em geral	Ambev S.A	0,12%	1,82%	-2,88%	7
Holding	Ultrapar ON	0,28%	1,86%	-2,79%	8
Construção civil e intermediação	MRV ON	0,54%	2,00%	-2,75%	9
Alimentos processados	Cosan ON	0,44%	2,01%	-2,87%	10
Telecomunicações	Telefônica PN	0,43%	2,06%	-2,97%	11
0	Ibovespa	0,26%	2,18%	-3,33%	-
Carnes e derivados	Brasil Foods ON	-0,08%	2,19%	-3,68%	12
Papel e madeira	KLABIN UNT	-0,28%	2,27%	-4,01%	13
Água, gás e saneamento	Sabesp ON	0,42%	2,27%	-3,31%	14
Energia elétrica	EDP Energias do Brasil ON	0,11%	2,48%	-3,98%	15
Carnes e derivados	Marfrig ON	0,07%	2,58%	-4,18%	16
Varejo	Americanas PN	0,08%	2,61%	-4,21%	17
Varejo	Renner ON	0,08%	2,61%	-4,21%	18
Energia elétrica	CPFL Energia ON	0,46%	2,62%	-3,84%	19
Imóveis comerciais e shoppings	BR Malls ON	0,51%	2,64%	-3,83%	20
Equipamentos, máquinas e peças	WEG ON	-0,05%	2,74%	-4,55%	21
Indústrias em geral	Natura ON	0,26%	2,75%	-4,27%	22
Energia elétrica	CESP PNB	0,32%	2,76%	-4,23%	23
Serviços financeiros	Cielo ON	0,12%	2,79%	-4,47%	24
Banco	Santander UNT	0,22%	2,83%	-4,44%	25
Transporte	CCR ON	0,26%	2,87%	-4,46%	26

Serviços diversos	Localiza ON	0,35%	2,89%	-4,39%	27
Saúde	Qualicorp ON	0,13%	2,92%	-4,67%	28
Holding	Itaúsa PN	0,38%	2,92%	-4,42%	29
Serviços financeiros	BM&Fbovespa ON	0,62%	2,93%	-4,20%	30
Telecomunicações	TIM ON	0,30%	2,94%	-4,54%	31
Varejo	Pão de açúcar PN	0,34%	2,95%	-4,51%	32
Química e petroquímica	Braskem PNA	-0,23%	3,01%	-5,19%	33
Banco	Itaú Unibanco PN	0,38%	3,08%	-4,69%	34
Banco	Bradesco ON	0,69%	3,09%	-4,39%	35
Indústrias em geral	Embraer ON	-0,34%	3,14%	-5,51%	36
Educação	Kroton ON	0,37%	3,16%	-4,83%	37
Roupas, calçados e acessórios	Hering ON	0,00%	3,22%	-5,29%	38
Construção civil e intermediação	Cyrela Realty ON	0,60%	3,24%	-4,72%	39
Banco	Bradesco PN	0,63%	3,41%	-4,98%	40
Papel e madeira	Fibria ON	-0,83%	3,49%	-6,57%	41
Papel e madeira	Suzano Papel PNA	-0,59%	3,51%	-6,37%	42
Seguros	BB Seguridade ON	0,46%	3,67%	-5,57%	43
Transporte	Ecorodovias Infraestrutura ON	0,34%	3,71%	-5,76%	44
Serviços diversos	SMILES ON	0,22%	3,93%	-6,24%	45
Educação	Estacio ON	-0,20%	3,99%	-6,76%	46
Energia elétrica	Copel PNB	0,36%	4,13%	-6,43%	47
Telecomunicações	OI PN	-0,77%	4,57%	-8,29%	48
Banco	Banco do Brasil ON	0,64%	5,08%	-7,71%	49
Carnes e derivados	JBS ON	-0,06%	5,26%	-8,71%	50
Mineração	Vale PNA	0,31%	5,28%	-8,38%	51
Siderurgia e metalurgia	Gerdau PN	0,70%	5,28%	-7,99%	52
Petróleo, gás e combustível	Petrobras ON	0,50%	5,37%	-8,33%	53
Holding	Bradespar PN	0,49%	5,48%	-8,53%	54
Energia elétrica	Cemig PN	0,67%	5,64%	-8,61%	55
Petróleo, gás e combustível	Petrobras PN	0,52%	5,65%	-8,76%	56
Mineração	Vale ON	0,41%	5,70%	-8,97%	57
Siderurgia e metalurgia	CSN ON	1,15%	6,08%	-8,84%	58
Siderurgia e metalurgia	Metalúrgica Gerdau PN	0,88%	6,98%	-10,60%	59
Siderurgia e metalurgia	Usiminas PNA	0,59%	8,10%	-12,72%	60
Transporte	RUMO LOG ON	-0,65%	8,60%	-14,80%	61

Fonte: Elaborada pelo autor

4.1 Carteira de investimentos

A partir das empresas evidenciadas na tabela 1, montou-se uma carteira de investimento com o propósito de atender o objetivo do trabalho de auxiliar os investidores a melhores tomadas de decisões em seus investimentos.

Foi utilizada a ferramenta Solver do MS Excel para auxiliar na escolha dos melhores papéis e a quantidade ideal, de modo a maximizar a relação *risco x retorno* de cada carteira.

Para a elaboração da carteira de investimento foram selecionadas as 4 ações que apresentam o menor VaR. Ou seja, o critério de escolha das ações para a composição da carteira foi pelas ações com menor VaR. Evidentemente, este critério foi adotado neste trabalho e não se restringe somente a este tipo de escolha. Na literatura e na prática de mercado, outros critérios são realizados para se escolher ações e compor um portfólio.

Foram selecionados ativos de diferentes setores, como a literatura sugere, pois dificilmente um único ativo conseguirá atender a todos os requisitos do aplicador. Foram calculados os seus respectivos pesos para a composição do portfólio com o objetivo de maximizar a relação *risco x retorno*, conforme explicado acima, isto é, pela função Solver do Excel, função esta que irá procurar a melhor composição da carteira (os pesos de cada ação) via programação linear.

Tabela 2: Carteira de investimento

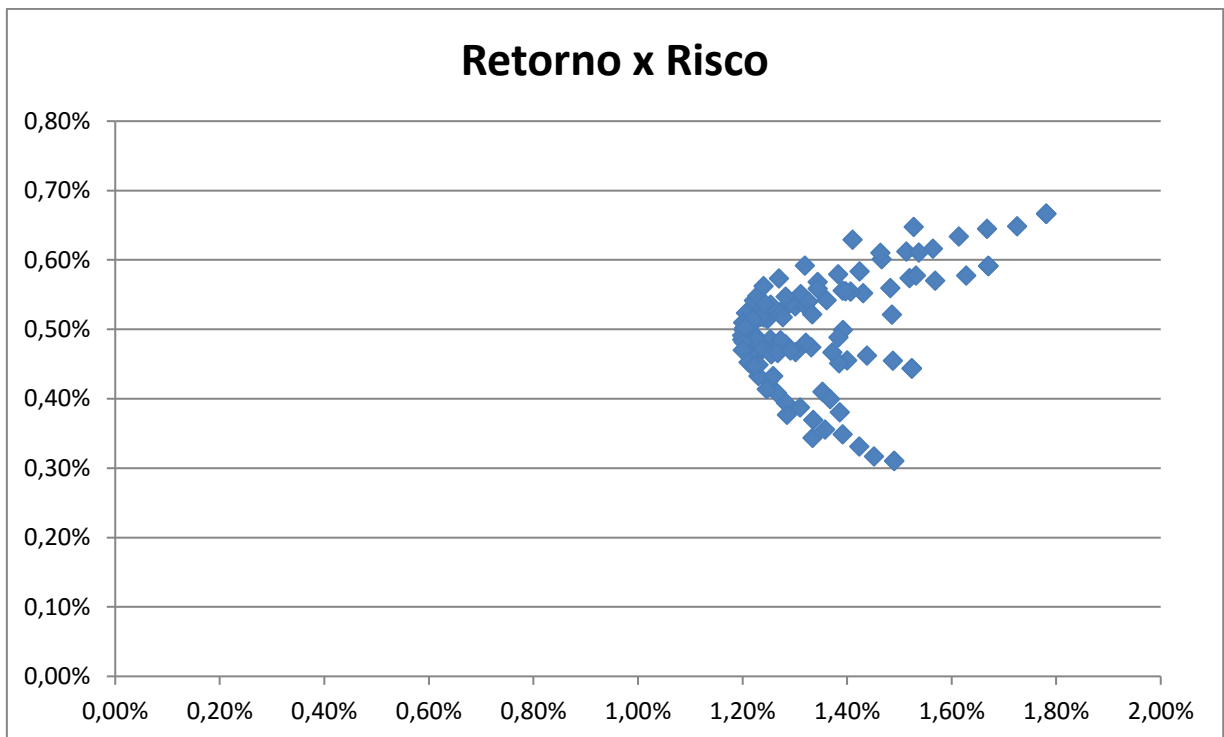
Setor	Empresas	E (R)	σ	VaR (5%)	Pesos
Indústrias em geral	Hypermarcas ON	0,44%	1,52%	-2,06%	35%
Energia elétrica	Equatorial ON	0,31%	1,49%	-2,14%	25%
Imóveis comerciais e shoppings	Multiplan ON	0,59%	1,67%	-2,16%	25%
Varejo	Raia Drogasil ON	0,67%	1,78%	-2,26%	15%

Fonte: Elaborada pelo autor

O portfólio apresenta as seguintes características:

- Retorno Esperado diário: 0,48%;
- Risco diário: 1,19%;
- VaR: -1,48%;

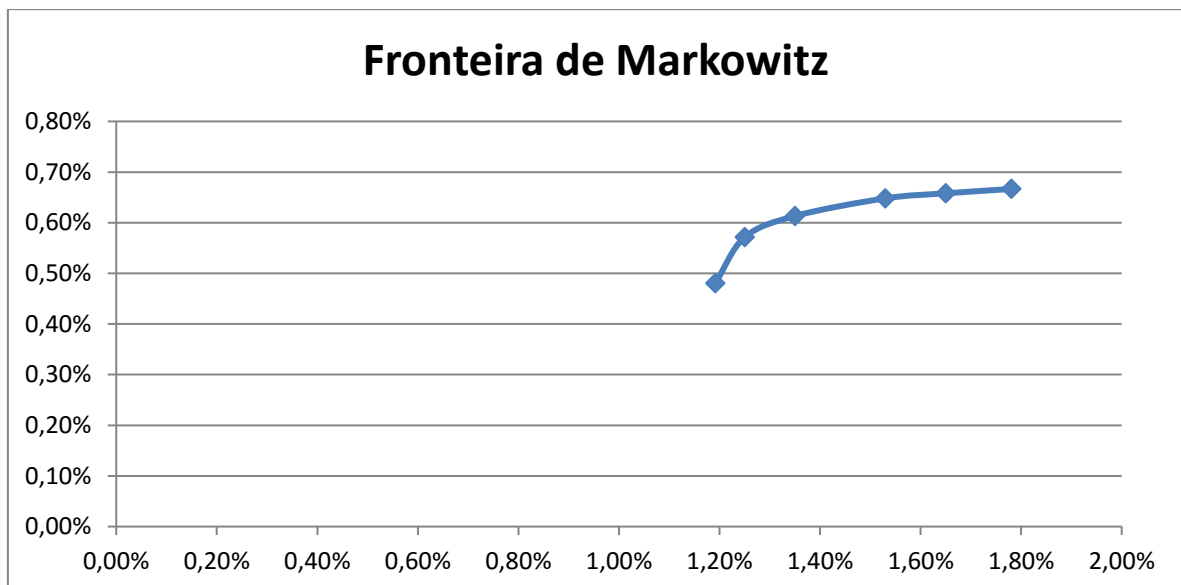
Figura 4 - Rentabilidade x risco



Fonte: elaborada pelo autor

Observa-se na figura 4 e 5 que a carteira montada encontra-se no ponto de tangência de menor risco (1,19%), ou seja, buscou-se minimizar o risco.

Figura 5 - Fronteira de Markowitz - Carteira Conservadora



Fonte: elaborada pelo autor

5 CONCLUSÃO

Este trabalho procurou analisar, sob a ótica da Teoria Moderna do Portfólio, o comportamento de uma carteira de investimento.

Para o desenvolvimento dos portfólios, analisou-se primeiramente o comportamento de todas as ações que compõem o Índice Bovespa durante o primeiro trimestre de 2016.

Analisando-se detalhadamente o portfólio, constata-se que seu retorno esperado é superior ao da Hypermarchas (3ª maior rentabilidade do portfólio) e seu risco é menor que o da Equatorial (ação de menor risco), comprovando a Teoria de Markowitz de que a relação entre risco e retorno das carteiras de investimentos não é linear.

Ao elaborar o seu gráfico de dispersão *risco x retorno*, constata-se a sua teoria de que para um mesmo nível de risco há diversas carteiras distintas. Daí existe a carteira com maior retorno para aquele dado nível de risco, que se encontra o mais próximo da fronteira eficiente. Essa carteira é chamada de "carteira eficiente", isto é, a carteira com a maior rentabilidade esperada para um dado nível de risco.

Outro indicador interessante de se observar é o VaR do portfólio, que ficou muito abaixo dos ativos que integram a carteira, comprovando novamente uma das ideias mais fantásticas de Markowitz, de que a diversificação é a melhor opção para minimizar o risco de investimento. Esse princípio mostra que a combinação de duas ou mais ações arriscadas pode gerar uma carteira com risco menor do que o risco de cada ação individual.

Portanto, através da montagem da carteira, verifica-se a veracidade do ditado "nunca coloque todos os ovos numa cesta só". Através dos gráficos elaborados, percebe-se que a combinação de dois ou mais ativos arriscados pode gerar uma carteira com risco menor do que o risco de cada ação individual, comprovando que a relação *risco x retorno* não é linear e que a diversificação é a melhor opção para minimizar o risco de investimento, principalmente diante da crise que o país vem atravessando.

No estudo foram considerados apenas as empresas que compõe o Índice Bovespa. No entanto, existem outras empresas listadas na Bolsa que não compõe o Ibovespa e são factíveis aos investidores. Portanto, para um trabalho futuro, sugere-se avaliar estas companhias com a finalidade de se identificar as mais rentáveis ou menos arriscadas.

6 REFERÊNCIAS

BRIGHAM, Eugene F.; EHRHARDT, Michael C. **Administração financeira: teoria e prática**. 10. ed. Trad. José Nicolás Albuja Salazar, Sueli Sonoe Murai Cucci. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2006.

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. **Fundamentos da moderna administração financeira**. 9. ed. Trad. Maria Imilda da Costa e Silva. Rio de Janeiro: Elsevier, 1999.

CANALINI, Alexandre. **Gestão de investimentos**. 1.ed. Rio de Janeiro: Livre Expressão, 2012.

CASAGRANDE NETO, Humberto; CINTRA, Manoel Felix; MAGLIANO FILHO, Raymundo. **Mercado de capitais: a saída para o crescimento**. São Paulo: Lazuli, 2002.

CAVALCANTE, Francisco; MISUMI, Jorge Yoshio; RUDGE, Luiz Fernando. **Mercado de capitais: o que é, como funciona**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

ELDER, Alexander. **Aprenda a operar no mercado de ações**. 3. ed. Trad. Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

GITMAN, Lawrence Jeffrey. **Princípios de administração financeira**. 10. ed. Trad. Antonio Zoratto Sanvicente. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2004.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

LAURENCEL, Luiz da Costa; REZENDE FILHO, Mauro. **Engenharia Financeira: Fundamentos para avaliação e seleção de projetos de investimentos e tomada de decisão**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

LIMA, Iran Siqueira; LIMA, Gerlando Augusto Sampaio Franco de; PIMENTEL, Renê Coppe. **Curso de Mercado Financeiro: Tópicos especiais**. São Paulo: Atlas, 2010.

MELLAGI FILHO, Armando; ISHIKAWA, Sérgio. **Mercado financeiro e de capitais**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

PINHEIRO, Juliano Lima. **Mercado de capitais: fundamentos e técnicas**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. **Administração Financeira: Corporate Finance**. 2. ed. Trad. Antonio Zoratto Sanvicente. São Paulo: Atlas, 2002.

SAMANEZ, Carlos Patricio. **Matemática Financeira: Aplicações à análise de investimentos**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2002.

SECURATO, José Roberto. **Crédito: Análise e avaliação do risco: pessoas físicas e jurídicas**. São Paulo: Saint Paul Editora, 2007.